# CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA och GÖTEBORGS UNIVERSITET

## FUF045/FYP302 - Speciell Relativitetsteori. 2022-01-12

Examinator: Gabriele Ferretti rum: Origo 6111
tel. 0721582259 email: `ferretti@chalmers.se`

*OBS: Nästa granskningstillfälle: Fredag 2022-02-04, kl 17:00-18:00 i Origo 6115*

### Hjäpmedel:

- Chalmersgodkänd miniräknare.
- Physics Handbook

### Betygsgränser:

**Del 1** innehåller 4 enklare uppgifter, varav man kan få 10 poäng/uppgift.
**Del 2** innehåller 2 mer konceptuella uppgifter (20 poäng/uppgift).
För att nå godkänt (nivå 3 eller G) räcker det med 25 poäng i Del 1. (Bonuspoäng kan inte användas för det.)
CTH: För att få överbetyg 4 måste man ha minst 30 poäng i Del 1, samt minst 25 poäng när man räknar ihop bonus poäng plus Del 2.
CTH: För att få överbetyg 5 måste man ha minst 35 poäng i Del 1, samt minst 35 poäng när man räknar ihop bonus poäng plus Del 2.
GU: För att få överbetyg VG måste man ha minst 30 poäng i Del 1, samt minst 30 poäng när man räknar ihop bonus poäng plus Del 2.

# Del 1

## 1

En $D^+$ meson i vila sönderfaller i ett trekroppssönderfall: $D^+ \to K^- \pi^+ \pi^+$. Beräkna den maximala energin som kaonen $K^-$ kan ha. Använd $m_{D^+} = 1.87$ GeV, $m_{K^-} = 0.494$ GeV, $m_{\pi^+} = 0.140$ GeV.

## 2

Ett rymdskepp lämnar jorden den 24 mars 2023 (min födelsedag) med hastigheten $0.7\,c$. Besättningen kan ingenting om relativitetsteori eller ljushastigheten och, när det har gått ett år enligt deras klockor ombord, skickar de mig ett radiomeddelande för att önska mig grattis på födelsedagen. När får jag egentligen deras meddelande? (Försumma rymdskeppets initiala acceleration och anta att det rör sig med en hastighet av $0.7\,c$ från början.)

## 3

Betrakta tre olika händelser i ett inertialsystem: (för alla tre $x^\mu = (ct, x, y, z)$ med alla komponenter i samma enhet, t.ex. ljusår.)

- A: $x^\mu_A = (1, 0, 0, 0)$
- B: $x^\mu_B = (2, 1, 1, 0)$
- C: $x^\mu_C = (4, 1, 0, 1)$

Vilka händelser kan påverka de andra? Betrakta alla möjliga kombinationer. D.v.s. kan något som händer i A påverka B? Eller tvärtom något som händer i B påverka A? Eller A påverka C, o.s.v.

## 4

Vi vill skapa en pion $\pi^0$ genom en av dessa två möjliga processerna.

- $p\,d \to p\,d\,\pi^0$
- $p\,\alpha \to p\,\alpha\,\pi^0$

där en inkommande proton $p$ träffar antingen en deuteron $d$ eller en $\alpha$-partikel som befinner sig i vila innan kollisionen. Vilka av dessa två processer kräver den högsta tröskelsenergin? ($d$ består av en proton och en neutron och $\alpha$ av två protoner och två neutroner. Du kan anta att $m_d \approx 2m_p$, $m_\alpha \approx 4m_p$, $m_\pi \ll m_p$.)

# Del 2

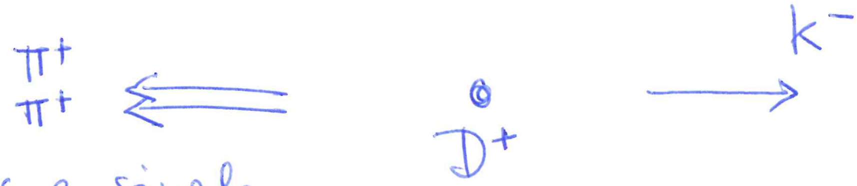
## A

Reflektera över hur vi beräknade förhållandet mellan vinkeln och frekvensen av den utgående fotonen i Compton effekten $\gamma\,p \to \gamma\,p$ och generalisera den till förhållandet mellan vinkeln och rörelsemängden av en utgående pion $\pi^+$ i processen $\pi^+\,p \to \pi^+\,p$. ($p$ = proton.)

## B

Beskriv Fizeaus experiment. Vad försökte man mäta? Hur tolkades resultaten innan speciell relativitetsteori? Hur kan speciell relativitetsteori förklara experimenten? Kan du härleda formeln som Fizeaus använde från speciell relativitetsteori? Finns det några korrektioner till den ursprungliga formeln? Kan man uppskatta deras storlek?

# PROBLEM 1




as a single particle of mass $= 2m_{\pi^+}$

$$p_{K^-} = \frac{\sqrt{m_{D^+}^4 + m_{K^-}^4 + (2m_{\pi^+})^4 - 2m_{D^+}^2 m_{K^-}^2 - 2m_{D^+}^2(2m_{\pi^+})^2 - 2m_{K^-}^2(2m_{\pi^+})^2}}{2m_{D^+}}$$

$$= \frac{\sqrt{m_{D^+}^4 + m_{K^-}^4 + 16m_{\pi^+}^4 - 2m_{D^+}^2 m_{K^-}^2 - 8m_{D^+}^2 m_{\pi^+}^2 - 8m_{K^-}^2 m_{\pi^+}^2}}{2m_{D^+}} =$$

$$= 0.846 \text{ GeV}$$

$$E_{K^-} = \sqrt{m_{K^-}^2 + p_{K^-}^2} = 0.979 \text{ GeV}$$

(or $T_{K^-} = E_{K^-} - m_{K^-} = 0.485$ GeV).

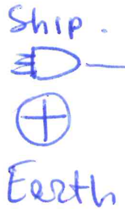
Also note that one can get a simple expression for $E_{K^-}$ by substituting $p_{K^-}$ in $\sqrt{m_{K^-}^2 + p_{K^-}^2}$:

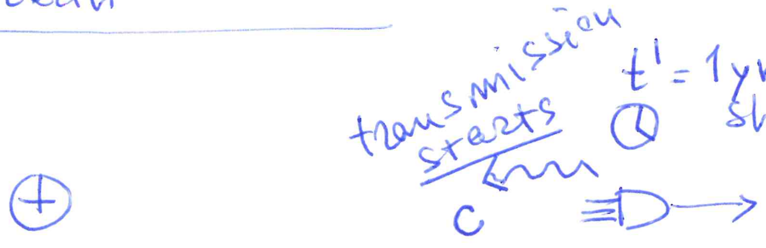
$$E_{K^-} = \frac{m_{D^+}^2 + m_{K^-}^2 - 4m_{\pi^+}^2}{2m_{D^+}}$$

# PROBLEM 2

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 1.4$$

Start at $t = 0$ (24 March 2023).




$t' = 1$ yr by the ships clock

Earth frame: $t = \gamma t' = 1.4$ yr

$d = vt = 0.7 \times 1.4$ lightyears $= 0.98$ ly


It takes an extra 0.98 yr to receive it

Total time from departure: $1.4 + 0.98 = 2.38$ yr
$= 2$ yr $+ 139$ days.

24 March 2023 + 2yr + 139 days =
10 August 2025

# PROBLEM 3

$$(X_B^\mu - X_A^\mu) = (1,1,1,0)$$

$$(1,1,1,0)^2 = 1^2 - 1^2 - 1^2 - 0^2 = -1 < 0$$

space like.

$\Rightarrow$ A and B cannot affect each other (A indep. on B & B indep. on A).

$$(X_C^\mu - X_A^\mu) = (3,1,0,1)$$

$$(3,1,0,1)^2 = 3^2 - 1^2 - 0^2 - 1^2 = 7 > 0$$

time like.

$\Rightarrow$ C is in the future of A ($X_C^0 > X_A^0$).

(A can affect C, but not viceversa).

$$(X_C^\mu - X_B^\mu) = (2,0,-1,1)$$

$$(2,0,-1,1)^2 = 2^2 - 0^2 - (-1)^2 - 1^2 = 2 > 0$$

time like.

$\Rightarrow$ C is in the future of B ($X_C^0 > X_B^0$)

(B can affect C, but not viceversa).

# PROBLEM 4

Let $X = d$ or $\alpha$ be the target:

$$E_{threshold} = \frac{(m_X + m_p + m_\pi)^2 - m_p^2 - m_X^2}{2 m_X}$$

$m_X \simeq n\, m_p$ where $n = 2$ or $4$.

$$E_{thr.} = \frac{2n m_p^2 + 2(n+1) m_p m_\pi + m_\pi^2}{2 n m_p} =$$

$$= m_p + \frac{n+1}{n} m_\pi + \frac{m_\pi^2}{2 n m_p}$$

same $\forall n$

larger for $n = 2$ (deuteron).

small